

## ÇALIŞMA SORULARI-1

1. Verilen her bir fonksiyonun verilen diferensiyel denklemin bir çözümü olduğunu yerine koyarak gerçekleyiniz.

a.  $y'' - 9y = 0$ ;  $y_1 = e^{3x}, y_2 = e^{-3x}$

b.  $y'' - 2y' + 2y = 0$ ;  $y_1 = e^x \cos x, y_2 = e^{-x} \sin x$

c.  $x^2 y'' + 5xy' + 4y = 0$ ;  $y_1 = \frac{1}{x^2}, y_2 = \frac{\ln x}{x^2}$

d.  $y' + 2xy^2 = 0$ ;  $y = \frac{1}{1+x^2}$

e.  $x^2 y'' + xy' - y = \ln x$ ;  $y_1 = x - \ln x, y_2 = \frac{1}{x} - \ln x$

2. Verilen diferensiyel denklemi ve verilen başlangıç koşulunu sağlayan bir  $y = f(x)$  fonksiyonu bulunuz.

a.  $\frac{dy}{dx} = (x-2)^2$ ;  $y(2) = 1$

b.  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ ;  $y(2) = -1$

c.  $\frac{dy}{dx} = x\sqrt{x^2+9}$ ;  $y(-4) = 0$

d.  $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2+1}$ ;  $y(0) = 0$

e.  $\frac{dy}{dx} = \cos 2x$ ;  $y(0) = 1$

3. Başlangıç değer problemlerinin açık çözümlerini bulunuz. (İpucu: Değişkenlerine ayrılabilir)

a.  $\frac{dy}{dx} = 3x^2(y^2+1)$ ;  $y(0) = 1$

b.  $(\tan x) \frac{dy}{dx} = y$ ;  $y(\frac{1}{2}\pi) = \frac{1}{2}\pi$

c.  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2 y$ ;  $y(1) = 1$

d.  $\frac{dy}{dx} = 2xy^2 + 3x^2 y^2$ ;  $y(1) = -1$

4. Diferensiyel denklemlerin (Değişkenlerine ayrılabilir) genel çözümlerini (gerekliyse kapalı, uygunsa açık) bulunuz.

a.  $\frac{dy}{dx} = 2x \sec y$

b.  $y^3 \frac{dy}{dx} = (y^4 + 1) \cos x$

c.  $x^2 \frac{dy}{dx} = 1 - x^2 + y^2 - x^2 y^2$

d.  $x \frac{dv}{dx} = \frac{1-4v^2}{3v}$

e.  $y^{-1} dy + ye^{\cos x} \sin x dx = 0$

f.  $(x + xy^2) dx + e^{x^2} y dy = 0$

g.  $\frac{dx}{dt} = \frac{t}{xe^{t+2x}}$

5. Verilen birinci merteye lineer diferensiyel denklemlerin genel çözümlerini bulunuz. Eğer bir başlangıç koşulu verilmişse, bir özel çözümünü bulunuz.

a.  $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x^2} = x \cos x, x > 0$  ( C:  $y = x^2 \sin x + Cx^2$  )

b.  $t^2 \frac{dx}{dt} + 3tx = t^4 \ln t + 1; x(1) = 0$  ( C:  $x = \frac{t^3}{6} \ln t - \frac{t^3}{36} + \frac{1}{2t} - \frac{17}{36t^3}$  )

c.  $\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = x \sin x; y(\frac{\pi}{2}) = 2$

d.  $x \frac{dv}{dx} + 3v + 2x = 3x^2; v(1) = 1$

e.  $x \frac{dy}{dx} + 3(y + x^2) = \frac{\sin x}{x}$

f.  $(1-x^2) \frac{dy}{dx} - x^2 y = (1+x) \sqrt{1-x^2}$

g.  $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + xy - x = 0,$  ( C:  $y = 1 + C(x^2 + 1)^{-1/2}$  )

6. Verilen diferensiyel denklemlerin tam olduğunu gerçekeyiniz ve sonra çözünüz.

a.  $(1 + e^x y + x e^x y) dx + (x e^x + 2) dy = 0$  ( C:  $F(x, y) = x e^x y + 2y + x = C$  )

b.  $(2xy - \sec^2 x) dx + (x^2 + 2y) dy = 0$  ( C:  $F(x, y) = x^2 y - \tan x + y^2 = C$  )

c.  $(\frac{1}{x} + 2y^2 x) dx + (2yx^2 - \cos y) dy = 0; y(1) = \pi, x > 0$  ( C:  $\ln x + x^2 y^2 - \sin y = \pi^2$  )

d.  $(e^t y + t e^t y) dt + (t e^t + 2) dy = 0; y(0) = -1$  ( C:  $y = -2 / (t e^t + 2)$  )

e.  $(\cos x \cos y + 2x) dx - (\sin x \sin y + 2y) dy = 0$  ( C:  $F(x, y) = \sin x \cos y + x^2 - y^2 = C$  )

f.  $(2xy + 3) dx + (x^2 - 1) dy = 0$

g.  $(\frac{2x^{5/2} - 3y^{5/3}}{2x^{5/2} y^{2/3}}) dx + (\frac{3y^{5/3} - 2x^{5/2}}{3x^{3/2} y^{5/3}}) dy = 0$

7.  $(y^2 + 2xy) dx - x^2 dy = 0$  denkleminin

a) tam diferensiyel denklem olmadığını gösteriniz.

b) her iki tarafı  $y^{-2}$  ile çarparak elde edilecek olan yeni denklemin tam diferensiyel denklem olduğunu gösteriniz.

c) Son olarak elde edilen tam diferensiyel denklemin çözümünden faydalanarak, orijinal denklemi çözünüz.

8.  $M(x, y) dx + (\sec^2 y - \frac{x}{y}) dy = 0$  denklemini tam diferansiyel denklem yapacak olan bir  $M(x, y)$  fonksiyonunu bulunuz.

9.  $(ye^{-xy} - 4x^3y + 2)dx + N(x, y)dy = 0$  denklemini tam diferansiyel denklem yapacak olan  $N(x, y)$  fonksiyonunu bulunuz.

10. Verilen Bernoulli diferansiyel denklemlerini çözünüz.

a.  $\frac{dy}{dx} - 5y = -\frac{5}{2}xy^3$ ; (C:  $y^{-2} = \frac{x}{2} - \frac{1}{20} + Ce^{-10x}$ )

b.  $\frac{dx}{dt} + tx^3 + \frac{x}{t} = 0$ ; (C:  $x^{-2} = 2t^2 \ln|t| + Ct^2$ )

c.  $\frac{dy}{dx} + y^3x + y = 0$

d.  $2xy' + y^3e^{-2x} = 2xy$

e.  $3xy^2y' = 3x^4 + y^3$  (C:  $y(x) = (x^4 + Cx)^{1/3}$ )

f.  $y' = y + y^3$

g.  $y^2(xy' + y)(1 + x^4)^{1/2} = x$

11. Verilen diferansiyel denklemlerini uygun değişken değiştirme yöntemi ile çözünüz.

a.  $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + y^2 + x^2}{x^2}$ ; C:  $y = x \tan(\ln|x| + C)$

b.  $\frac{dy}{dx} = y - x - 1 + (x - y + 2)^{-1}$ ; C:  $(x - y + 2)^2 = Ce^{2x} + 1$  (ipucu:  $u = x - y$ )

c.  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{3xy}$

d.  $\frac{dy}{dx} = \frac{y(\ln y - \ln x + 1)}{x}$  (ipucu:  $\ln y - \ln x = \ln \frac{y}{x}$ )

e.  $\frac{dy}{dx} = \sin(x - y)$

f.  $\frac{dy}{dx} = (x - y + 5)^2$

g.  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y} - 1$  C:  $y = (x + C)^2 / 4 - x$

h.  $\frac{dy}{dx} = 2 - \sqrt{2x - y + 3}$  C:  $y = 2x + 3 - (x + C)^2 / 4$

12. İndirgenabilir ikinci mertebeli diferansiyel denklemleri çözünüz.

a.  $y^3y'' = 1$

b.  $y'' = 4yy'$

c.  $yy'' = 2(y')^2$

d.  $xy'' + y' = 4x$

e.  $y'' + 9y = 0$

13. Aşağıdaki denklemler için bir integral çarpanı bulunuz ve sonra denklemleri çözünüz.

a.  $(2x + yx^{-1})dx + (xy - 1)dy = 0$

b.  $(x^2 \sin x + 4y)dx + xdy = 0$

c.  $2xydx + (y^2 - 3x^2)dy = 0$

d.  $(x^4 - x + y)dx - xdy = 0$

e.  $(y^2 + 2xy)dx - x^2dy = 0$

14.  $[P(x)y - Q(x)]dx + dy = 0$  lineer diferansiyel denklemin  $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$  ile çarpıldığında tam diferansiyel olduğunu gösteriniz.

15.  $\frac{dy}{dx} = x^3(y - x)^2 + \frac{y}{x}$  denklemini veriyor.

a) Verilen denklemin Riccati diferansiyel denklemi olduğunu gösteriniz.

b) Denklemin bir özel çözümü  $y_1 = x$  olduğuna göre, genel çözümünü bulunuz.